Einfache Zufallsstichprobe - Teil 2

Im Teil 1 der "Einfachen Zufallsstichprobe" wurde als Beispiel eine Grundgesamtheit von 160 Kindergärten eines Landkreises mit N = 7737 Kindern im Alter von 3 bis 5 Jahren sowie eine 10% ige Zufallsstichprobe (774 aus 7737) aus dieser Grundgesamtheit betrachtet. Für Mittelwerte, Anteile, Varianzen, Standardabweichungen (SD), Standardfehler (SE) und Konfidenzintervalle (K.I.) wurden entsprechende Formeln angegeben und speziell der dmft-Mittelwert (MW) und der Anteil kariesfreier Kinder in der Stichprobe berechnet.

Zieht man nicht eine, sondern beispielsweise 500 Zufallsstichproben gleicher Größe aus dieser Grundgesamtheit, so erhält man 500 verschiedene dmft-MW (einige gleiche Werte können vorkommen). Klassenbildung führt schließlich zum Histogramm auf Abb. 2 im Teil 1 mit erkennbarer Normalverteilung. Obwohl die Grundgesamtheit der Einzelwerte extrem schief verteilt ist (Abb. 1, Teil 1) bilden die Stichprobenmittelwerte bei ausreichender Stichprobengröße (n > 30, besser > 100) eine Normalverteilung, dessen Mittelwert etwa dem Mittelwert der Grundgesamtheit entspricht. Das ist die Aussage des **Zentralen Grenzwertsatzes**. Die Standardabweichung dieser Verteilung bezeichnet man als Standardfehler (SE), der mit Hilfe einer Zufallsstichprobe geschätzt werden kann (Formel 6, Teil 1) und der für die Berechnung (besser Schätzung) des Konfidenzintervalls des Mittelwertes erforderlich ist (Intervallschätzung).Erstaunlich ist auch die Feststellung, daß alle 500 K.I. etwa die gleiche Breite aufweisen und somit alle 500 Mittelwerte mit gleicher Präzision geschätzt wurden (die man vor Beginn einer Untersuchung mittels Fallzahlplanung bestimmen kann).

Zu Beginn einer Untersuchung sind einige Fragen zu klären und die entsprechenden Antworten im Studienprotokoll zu dokumentieren. Beispielhaft seien **7 W's** angeführt:

- Was soll warum untersucht werden. Hier kann z.B. geplant werden, welche Merkmale zusätzlich zum obligatorischen dmft in einem bestimmten Schuljahr erhoben werden sollen.
- Welche Merkmalsausprägungen haben die Variablen und wie sollen sie gemessen werden. Dabei sind möglichst konkrete diagnostische Kriterien festzulegen (z.B. WHO oder ICDAS II). Alle Aufzeichnungen werden in einem Codeplan festgehalten.
- Einfache Zufallsstichprobe (**S**imple **R**andom **S**ample), geschichtete Stichprobe oder Clusterstichprobe (**C**luster **R**andom **S**ample)? Da i.d.R. ganze Einrichtungen untersucht werden, sind **Clusterstichproben** bei zahnärztlichen Untersuchungen der Gesundheitsämter der gegebene Studientyp. Eine Schichtung nach Alter, Geschlecht oder Sozialstatus kann auch nachträglich als „a posteriori Schichtung“ erfolgen.
- Personelle (wer?), organisatorische (wann, wo?) und technische Fragen (Erfassungsmaske, Aufbereitung und Auswertung der Daten, Software) sind zu klären.
- Die Fallzahlplanung (wie viele?) entscheidet über die Präzision der Ergebnisse einer Stichprobenuntersuchung.

Ein Beispiel für einen Codeplan und eine Eingabemaske der Befunde findet man in der Rubrik „Reihenuntersuchung“ unter „Durchführung“. Die gern benutzte Codierung (Yes, No) oder (1, 0) führt in den Auswertungen zur häufig anzutreffenden Vierfeldertafel.

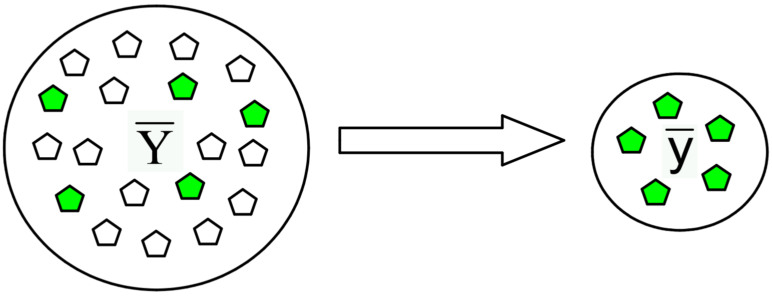
Zur Definition der „Grundgesamtheit“

Die Grundgesamtheit (oder Population) ist eine definierte, abgegrenzte Menge von Individuen (oder Objekten), über die eine Aussage gemacht werden soll hinsichtlich eines Merkmals (oder mehrerer Merkmale), das jedes Individuum trägt. Dessen Ausprägungen (qualitativ oder quantitativ) werden im Rahmen einer Untersuchung dokumentiert. Die Grundgesamtheit sollte so bestimmt werden, dass prinzipiell alle dazugehörigen Individuen auch beobachtbar sind. So ist eine Grundgesamtheit der „3- bis 6-Jährigen“ während eines Schuljahres nicht so einfach beobachtbar, da die 6-Jährigen sowohl in Kindergärten, als auch in Grundschulen anzutreffen sind. Dagegen sollte die Grundgesamtheit der 3- bis 5-Jährigen in Deutschland durch Untersuchungen der Kinder in Kindergärten gut erreichbar sein. **Allerdings gehen nicht alle Kinder in einen Kindergarten!** In solchen Fällen ist es manchmal erforderlich, statt „Grundgesamtheit“ (Population) die Begriffe „**Quellenpopulation (QP)**“ (alle 3-5 Jährigen der Region) und „**Studienpopulation (SP)**“ (alle 3-5 Jährigen in Kindergärten, beobachtbar) zu verwenden, wobei letztere nur eine Teilmenge der Quellenpopulation umfasst. Eine **Stichprobe (ST)** ist eine Teilmenge der Studienpopulation. Stimmen QP und SP nahezu überein, ist die Bezeichnung Grundgesamtheit üblich.

Auswahlverfahren

Nicht-zufällig: Bei der willkürlichen Auswahl oder einer Auswahl typischer Individuen können die Ergebnisse zwar interessant sein, bleiben aber beschränkt auf die ausgewählte Gruppe. Eine Verallgemeinerung ist nicht möglich.
Zufällig: Hier erfolgt die Auswahl nach dem Zufallsprinzip. Im einfachsten Fall haben alle Individuen einer Population die gleiche Wahrscheinlichkeit, in die Stichprobe zu gelangen. Der Schluß auf die Grundgesamtheit ist möglich.

Ziel der Stichprobenuntersuchung - die statistische Inferenz



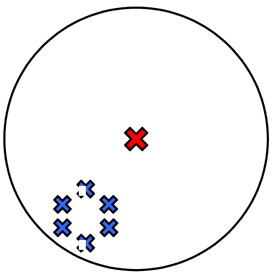
Wählt man aus N Individuen n für eine Stichprobe aus, so nennt man **f = n / N** den Auswahlsatz.
In diesem Beispiel mit N = 19 und n = 5 ist f = 5 / 19 = 0,26

Bezeichnet man mit Y_i die Merkmalsausprägungen in der Population und mit y_i die in der Stichprobe, so erhält man mit $\sum Y_i$ und $1/N \cdot \sum Y_i$ die Summe aller Merkmalsausprägungen und deren Mittelwert in der Population. Diese und weitere **Parameter** möchte man gern aus den Daten der Stichprobe **schätzen** (berechnete Größen aus den Untersuchungsdaten) und bezeichnet die entsprechenden Werte der Stichprobe deshalb als **„Schätzer"**. Wäre z.B. $\overline{Y}$ der gesuchte unbekannte Mittelwert in der Population, so kann er durch den Mittelwert $\overline{y}$ der Stichprobe geschätzt werden. Für den Schätzer in der Population findet man auch die Notation $\hat{\overline{Y}}$, die hier zur Vereinfachung nicht verwendet wird, solange keine Mißverständnisse entstehen.

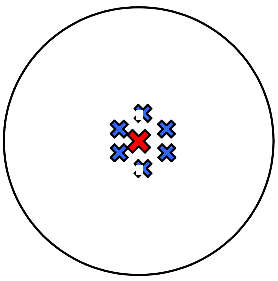
Die Genauigkeit der Schätzung, der **Schätzfehler**, hängt ab von zufälligen und systematischen Abweichungen (siehe unten). Zufällige Schätzfehler lassen sich mit Hilfe der Varianz bestimmen, systematische Fehler (**Bias**) lassen sich i.d.R. nicht oder selten quantifizieren, da man den wahren Wert der Grundgesamtheit nicht kennt. Bias ($\overline{y}$) = $E(\overline{y}) - \overline{Y}$. Für einen „unverzerrten", d.h., „erwartungstreuen" Schätzer gilt: E($\overline{y}$) = $\overline{Y}$ und somit Bias ($\overline{y}$) = 0. Dabei bezeichnet E($\overline{y}$) den **Erwartungswert** des statistischen Modells.
Beispiel Erwartungswert: Beim Würfeln erhält man Augenzahlen von 1 bis 6 jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/6. Der Erwartungswert beim einmaligen Werfen ist E(Augenzahl) = $1 \cdot 1/6 + 2 \cdot 1/6 + ... + 6 \cdot 1/6$ = 3,5 , ein Wert, der in der Praxis nicht vorkommt. Beim zweimaligen Werfen erhält man als Summe der Augenzahlen 2, 3, 4 bis 12 und für den Erwartungswert (die Summe der Augenzahlen haben unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten):
E(Augensumme) = $2 \cdot 1/36 + 3 \cdot 2/36 + 4 \cdot 3/36 + 5 \cdot 4/36 + 6 \cdot 5/36 + 7 \cdot 6/36 + ... + 12\ 1/36 = 7$. Dabei kann die Augensumme 4 beispielsweise auf drei verschiedene Weisen auftreten: 1+3 , 2+2 , 3+1 und somit ist die WSK für das Auftreten $3 \cdot 1/6 \cdot 1/6 = 3/36$. Allgemein ist $E(X) = \sum x_i \cdot p_i$. Dabei sind x_i alle Ausprägungen der Zufallsvariablen X mit ihren Wahrscheinlichkeiten p_i , also E(X) das gewogene arithmetische Mittel der Realisationen der Zufallsvariablen X mit ihren Wahrscheinlichkeiten p_i als Gewichten.

Validität und Präzision

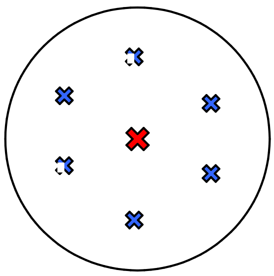
Validität (Gültigkeit) ist die Fähigkeit einer Messung, das zu messen, was gemessen werden soll (rotes Kreuz). Präzision (Genauigkeit) charakterisiert die Größe der zufälligen Schwankungen der Meßwerte.
Erläuterung am Schießscheibenmodell (blau: Meßwerte Stichprobe, rot: unbekannter Wert der Population):



geringe Validität
hohe Präzision



hohe Validität
hohe Präzision



hohe Validität
geringe Präzision

Links: Schütze schießt sehr präzise, doch die Zieloptik ist falsch justiert -> deutlicher systematischer Fehler
Mitte: Schütze schießt sehr präzise und die Zieloptik ist richtig justiert --> geringer zufälliger Fehler
Rechts: Die Zieloptik ist richtig justiert doch der Schütze hat keine ruhige Hand -> deutlicher zufälliger Fehler

Maßnahmen der Fehlerreduzierung sind z.B.:

- Randomisierung (Zufallsauswahl der Stichprobe)
- Kalibrierung der Untersucher (auch für Beobachtungsgleichheit bei mehreren Untersuchern)
- hohe Stichprobenausschöpfung
- Adjustierung (Alter, Sozialstatus)

Einfache Zufallsstichprobe

Möchte man aus einer Population vom Umfang N eine Stichprobe vom Umfang n ≤ N ziehen, so gibt es dafür $\frac{N!}{n! \cdot (N-n)!}$ Möglichkeiten. Beispielsweise gibt es 10 mögliche Stichproben vom Umfang n = 2 aus einer Population vom Umfang N = 5 , nämlich (5! / 2!·3!) = 5·4·3·2·1 / 1·2·1·2·3 = 5·2 = 10.
Jede dieser Stichproben hat bei der einfachen Zufallsstichprobe die gleiche Wahrscheinlichkeit (WSK) gezogen zu werden (WSK = 1/10). Jedes Element der Population hat die gleiche WSK in die Stichprobe zu gelangen (WSK = 2/5) oder allgemein : **Auswahlwahrscheinlichkeit = n / N** (Auswahlsatz).

Praktische Durchführung einer zahnärztlichen Untersuchung in Kindergärten (vorerst ohne Berücksichtigung der Clusterstruktur der Daten)

In einem neuen Beispiel betrachten wir jetzt eine Studienpopulation (SP) von 170 Kindergärten in einer Region. Durch zahnärztliche Untersuchung einer Clusterstichprobe sollen Informationen über die Zahngesundheit der 3-5-Jährigen (Schätzer für dmft-MW und Anteil kariesfreier Kinder) dieser Region (QP) gewonnen werden.

Nach Überlegungen zur Präzision der Schätzer wird vorab eine **Fallzahl**planung durchgeführt, die für das folgende Beispiel 57 Kindergärten ergab. Eine entsprechende Rechnung (für Clusterstichproben) erfolgt in einem späteren Text.

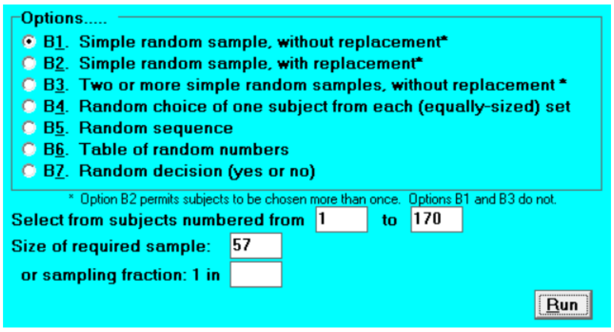
Jede Altersgruppe umfasst folgende Anzahl von Kindern:

Alter	Quellenpopulation (QP)	Studienpopulation (SP)	Stichprobe (ST)
3	3100	1710	482
4	2900	3077	1037
5	3000	3191	1188
Gesamt	9000	7978	2707

Bei den 4- und 5-Jährigen ist die Studienpopulation (SP) größer als die Quellenpopulation (QP). Somit ist anzunehmen, daß einige Kindergärten auch Kinder aus den angrenzenden Landkreisen betreuen. Da die Kinder aber nicht wegen ihrer Zahngesundheit einen bestimmten Kindergarten favorisieren, ist diesbezüglich nicht mit einem Bias zu rechnen. Zudem sind 3-Jährige in der SP und ST im Vergleich zur QP deutlich unterrepräsentiert. Damit wird eine Adjustierung der Ergebnisse auf die Quellenpopulation notwendig, die man z.B. durch eine a posteriori Schichtung erreicht.

Eine Zufallsauswahl von 57 Kindergärten (**SPSS-Datei kiga_57.sav**) aus einer SP von 170 Kindergärten ist mit mehreren Programmen möglich:

1. WinPepi - Etcetera B1:



Random sample

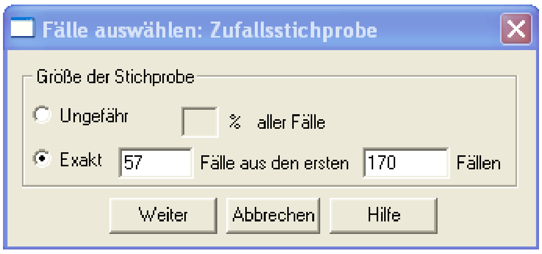
RESULTS:

57 subjects drawn randomly (without replacement) from
subjects numbered from 1 to 170.

Displayed in numerical order:

9 11 12 17 23 24 25 29 33 34 36 40
42 45 53 57 59 70 71 72 74 76 77 78
84 85 88 89 90 95 96 97 99 103 104
106 111 112 116 122 123 126 127 138 139
140 141 144 153 156 157 160 161 163 164
167 168

2. SPSS: Fälle auswählen aus der Datei Zufallsauswahl.sav:

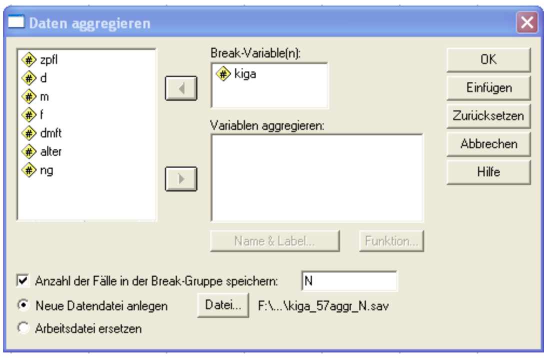


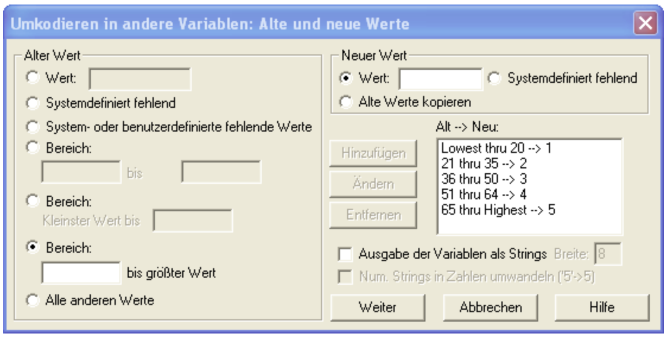
Mit den ausgewählten 57 Kindergärten werden Untersuchungstermine vereinbart. Die Ergebnisse der Untersuchungen sind beispielhaft in der Datei kiga_57.sav dokumentiert.

Ist so eine Stichprobe repräsentativ für die Population?

Um als repräsentativ zu gelten sollten Zufallsstichproben ein „verkleinertes Abbild" der Grundgesamtheit (hier SP) darstellen und die interessierenden Merkmale mit geringem Schätzfehler schätzen.

Zuerst wird daher geprüft, ob die Größenaufteilung der Kindergärten in der Stichprobe (ST) etwa der in der SP entspricht. Hierzu wird in SPSS aus der Datei kiga_57.sav eine aggregierte Datei kiga_57aggr_n.sav erzeugt und gespeichert.





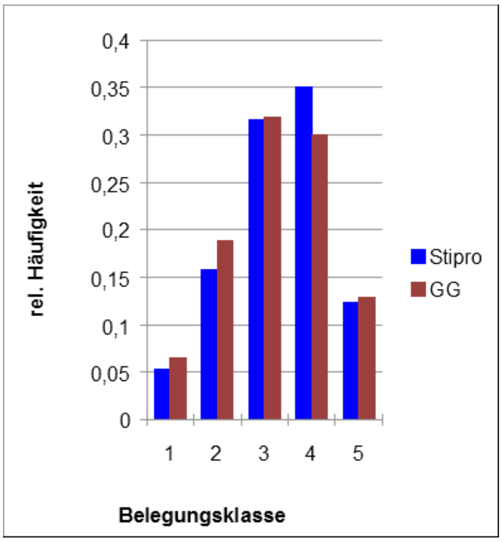
Diese Datei besteht aus zwei Variablen, der Nummer der Kindergärten (kiga) und deren Kinderzahl (n).
Nun werden für die Variable n fünf Klassen gebildet, n ≤ 20 , 21 - 35 , 36 - 50 , 51 - 64 , ≥ 65 und mit SPSS die Häufigkeitsverteilung ermittelt. Die entsprechenden Rechnungen werden auch mit den Daten der SP durchgeführt (hier nicht angegeben) und die relativen Häufigkeiten grafisch gegenübergestellt.

Belegungsklassen Stichprobe

		Häufigkeit	Prozent	Gültige Prozente	Kumulierte Prozente
Gültig	<= 20	3	5,3	5,3	5,3
	21 - 35	9	15,8	15,8	21,1
	36 - 50	18	31,6	31,6	52,6
	51 - 64	20	35,1	35,1	87,7
	65+	7	12,3	12,3	100,0
	Gesamt	57	100,0	100,0	

Belegungsklassen der Grundgesamtheit

		Häufigkeit	Prozent	Gültige Prozente	Kumulierte Prozente
Gültig	<= 20	11	6,5	6,5	6,5
	21 - 35	32	18,8	18,8	25,3
	36 - 50	54	31,8	31,8	57,1
	51 - 64	51	30,0	30,0	87,1
	65+	22	12,9	12,9	100,0
	Gesamt	170	100,0	100,0	



Man erkennt eine gute Übereinstimmung zwischen SP (Grundgesamtheit GG) und Stichprobe (ST) hinsichtlich der Anteile der Kindergärten in den fünf Belegungsklassen.

*Hinweis: Die abgebildeten Dialogboxen entsprechen nicht der neuesten Version von SPSS. Sie sind Teil von **SPSS 11** (für hier beschriebene Auswertungen absolut ausreichend). Zur Übertragung von Grafiken und Abbildungen in den Text wurde das Freeware Programm **Snipping Tool** von Rene Zeidler verwendet.*

Merkmale und Merkmalsausprägungen

Bei der Untersuchung werden folgende Merkmale erhoben:

kiga Nummer des Kindergartens (nominal)
zpfl Zahnpflege 1, 2, 3 (ordinal) 1 = sehr gut, 2 = mittel, 3 = schlecht
dmft Summenscore für kariöse Milchzähne, (pseudo-metrisch) **dmft = d + m + f**
d = decayed (unbehandelte Karies)
m = missing (extrahiert wegen Karies)
f = filled (Zahnfüllung wegen Karies)
alter Alter 3, 4, 5 (ordinal)

Schätzung des Anteils kariesfreier Kinder (dmft = 0) in der Stichprobe kiga_57.sav

Für diese Rechnung wird mit der Variablen **dmft** durch Umcodierung die neue Variable **ng** erzeugt:
dmft = 0 --> ng = 1 und dmft > 0 --> ng = 0 .

Der unbekannte Anteil **P** kariesfreier Kinder in der SP wird geschätzt durch den Anteil **p** in der Stichprobe
$p = 1/2707 \cdot \sum ng_i = 0{,}0003694 \cdot 1677 = 0{,}6195$ (61,95%).
Ergebnis: 61,95% der 3 - 5 - jährigen Kinder in der betrachteten Region sind kariesfrei.

Die **Varianz von p** kann geschätzt werden aus: $\mathrm{Var}(p) = \frac{p\cdot(1-p)}{n-1}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)$, dabei heißt der rechte Faktor

(1 - n/N) **Endlichkeitskorrektur (EK).** Man erhält mit (1 - 2707/7978) = 0,6607:
Var(p) = (0,6195 ·0,3805 / 2706) · 0,6607 = 0,00005755

Anmerkungen:
1.Manchmal wird auch die Wurzel aus (1 - n/N) als Endlichkeitskorrektur (EK) bezeichnet. Solche Berechnungen mit Taschenrechner sollten mit 5 bis 8 Dezimalstellen oder besser mit einer Tabellenkalkulation erfolgen (wegen Rundungsfehlern !)
2. Manchmal findet man im Nenner der Stichprobenvarianz statt (n-1) auch n, was bei großen Fallzahlen wenig ändert.

Die obere und untere Grenze für ein **(1-α)-Konfidenzintervall** für den unbekannten Anteil **P** erhält man für große Stichprobenumfänge und Anteile p, für die gilt **n·p·(1 - p) > 9** aus:

$$P_{u,o} = \left(p \mp \frac{1}{2n}\right) \mp z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n-1}}\cdot\sqrt{\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

. Hierbei sind **1/2n** die **Stetigkeitskorrektur (SK)**, die bei zahnärztlichen Untersuchungen mit Stichprobengrößen über 1000 Kindern vernachlässigt werden kann und $z_{1-a/2}$ das (1-α/2)-Quantil der Standardnormalverteilung.
Diese **Intervallschätzung** wird als „**traditionell**" bezeichnet. Sie sollte nicht verwendet werden bei sehr kleinen oder sehr großen Anteilen. Hier wird stattdessen die Methode nach **Wilson** empfohlen, für die es ebenfalls Modifikationen für Stetigkeits- und Endlichkeitskorrekturen gibt:

ohne EK, ohne SK für Intervallgrenzen: $$\frac{2np + z_{1-\alpha/2}^2 \mp z_{1-\alpha/2}\sqrt{z_{1-\alpha/2}^2 + 4pnq}}{2\left(n + z_{1-\alpha/2}^2\right)}$$

mit EK, ohne SK: $$\frac{2np + c^2 \mp c\sqrt{c^2 + 4pnq}}{2\left(n + c^2\right)}$$, wobei $c^2 = z^2_{1-a/2}\cdot(1-n/N)$

ohne EK, mit SK: $$\frac{(2np + z_{1-\alpha/2}^2 \mp 1) \mp z_{1-\alpha/2}\sqrt{z_{1-\alpha/2}^2 + 4p(nq \pm 1) \mp (2 \pm 1/n)}}{2\left(n + z_{1-\alpha/2}^2\right)}$$

mit EK, mit SK: Man ersetze wieder $z^2_{1-a/2}$ durch $c^2 = z^2_{1-a/2}\cdot(1-n/N)$ in der letzten Formel.
Diese Modifikationen sind in SPSS und anderen Programmen nicht implementiert. Auf dieser **Internetseite** findet man in der gleichen Rubrik **Excel-Dateien**, mit denen diese Berechnungen durchführbar sind.
Ergebnis: Für das obige Beispiel ergeben sich mit dem Schätzer **p = 0,6195** folgende Konfidenzintervalle:

traditionelle Methode:

	ohne EK	mit EK
ohne SK	(0,6012 ; 0,6378)	(0,6046 ; 0,6344)
mit SK	(0,6010 ; 0,6380)	(0,6045 ; 0,6346)

Methode nach Wilson:

	ohne EK	mit EK
ohne SK	(0,6011 ; 0,6376)	(0,6045 ; 0,6343)
mit SK	(0,6009 ; 0,6378)	(0,6043 ; 0,6344)

Man erkennt, dass die Präzision der Schätzung mit EK zunimmt (K.I. werden schmaler) und mit SK abnimmt (K.I. werden breiter). Die Effekte sind allerdings gering, da wir es mit einer großen Fallzahl und einem mittleren Anteil von 0,6 zu tun haben.

Und was liefern uns die Statistikprogramme ?

Die Programme liefern etwas unterschiedliche Ergebnisse. Einige rechnen mit der (n-1) - Varianz, einige mit der (n) - Varianz.

1. Berechnung mit SPSS

Univariate Statistiken

			Statistik	Standardfehler
NG	Mittelwert		,619505	,009333
	95% Konfidenzintervall des Mittelwerts	Untergrenze	,601204	
		Obergrenze	,637806	

SPSS berechnet die K.I. nach der traditionellen Methode **ohne EK**, **ohne SK** mit der **(n-1) - Varianz** und mit dem **Quantil der t-Verteilung** ($t_{0,05,2706}$ = 1,96084) statt $z_{1-a/2}$ = 1,96.
K.I. = 0,6195 ± 1,96084·0,009333 ---> K.I. = (0,6012 ; 0,6378) .

2. Berechnung mit STATA
STATA berechnet die K.I. nach der traditionellen Methode **mit EK**, **ohne SK** mit der **(n-1) - Varianz** und mit dem **Quantil der t-Verteilung** ($t_{0,05,2706}$ = 1,960084) .
K.I. = 0,6195 ± 1,960084·0,009333·0,81283 ---> K.I. = (0,6046 ; 0,6344) .

3. Berechnung mit WinPepi (siehe Literatur und Software)

```
Proportion = 0.6195
Standard error = 0.00759
  [finite population correction for variance = 0.661]
CONFIDENCE INTERVALS:
  Fleiss et al. 95% C.I.                = 0.6009 to 0.6378
  95% C.I. using Wald's statistic*      = 0.6012 to 0.6378
  Wilson's 95% C.I.                     = 0.6045 to 0.6343
```

Hier werden verschiedene Ergebnisse angezeigt:
Fleiss: ohne EK, mit SK (Wilson)
Wald: ohne EK, ohne SK
Wilson: mit EK, ohne SK

4. Berechnung mit CIA (siehe Literatur und Software)
Traditionell (Wald): (0,6012 ; 0,6378) ohne EK, ohne SK,
Wilson (0,6011 ; 0,6376) ohne EK, ohne SK.

5. Berechnung mit BiAS (siehe Literatur und Software)
Traditionell (Wald): (0,6012 ; 0,6378) ohne EK, ohne SK,
Fleiss (Wilson) (0,6009 ; 0,6378) ohne EK, mit SK.

6. Berechnung mit Open Epi (siehe Literatur und Software)

ohne EK

Large population size or sample with replacement.

	Lower CL	Per 1	Upper CL
Proportion x 1		0.619505	
Mid-P Exact	0.6011		0.6377
Fisher Exact(Clopper-Pearson)	0.6009		0.6378
Wald (Normal Approx.)	0.6012		0.6378
Modified Wald(Agresti-Coull)	0.6011		0.6376
Score(Wilson)*	0.6011		0.6376
Score with Continuity Correction (Fleiss Quadratic)	0.6009		0.6378

mit EK

Wilson Score corrected for population size

	Lower CL	Per 1	Upper CL
Proportion x 1		0.619505	
Mid-P Exact	0.6011		0.6377
Fisher Exact(Clopper-Pearson)	0.6009		0.6378
Wald (Normal Approx.)	0.6012		0.6378
Modified Wald(Agresti-Coull)	0.6011		0.6376
Score(Wilson)*	0.6011		0.6376
Score with Finite Population Correction	0.6045		0.6342
Score with Continuity Correction (Fleiss Quadratic)	0.6009		0.6378

Lediglich bei der Methode nach Wilson wird die Endlichkeitskorrektur (EK) berücksichtigt (rechts).
Score (Wilson) links: ohne EK, ohne SK ; **rechts**: mit EK, ohne SK.

Fazit: Es gibt bei Anteilsschätzungen verschiedene Berechnungsmöglichkeiten für ein K.I. für P, die zum Teil in den Programmen implementiert sind. Sie basieren hauptsächlich auf der Wilson-Methode. Konfidenzintervalle mit EK erhält man bei Win Pepi und Open Epi, solche mit SK bei Win Pepi, Open Epi und BiAS. Ergebnisse mit beiden Korrekturen liefert keines der hier aufgeführten Programme. Für große Fallzahlen (etwa > 600) und 0,1 < p < 0,9 , wie es bei zahnärztlichen Daten meist der Fall ist, liefert die traditionelle Berechnung gute Ergebnisse (Sachs). Während man auf die Stetigkeitskorrektur (SK) i.d.R. verzichten kann, sollte die Endlichkeitskorrektur (EK) stets berücksichtigt werden, sobald n / N > 0,05 ist.

Fallzahlberechnung für Anteilsschätzung bei einfachen Zufallsstichproben (SRS)

Für die Fallzahlschätzung ist der traditionelle Ansatz nach Wald ausreichend.
Folgende Angaben werden benötigt:

- Welche Präzision (e = ± halbe Breite des K.I.) wird gewünscht?
- Wie groß wird der Schätzer p voraussichtlich sein?

Aus den Untersuchungen des letzten Jahres oder einer Pilotstudie kennt man den ungefähren Anteil kariesfreier Kinder, z.B. sei p* = 0,6 und man möchte in der geplanten nächsten Untersuchung eine Genauigkeit des Schätzers von e = ± 1,5% erreichen. Die halbe Breite des K.I. (traditionell) ist gegeben durch:

$$e = z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n-1}} \cdot \sqrt{\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

Mit **(n-1) ≈ n** erhält man durch Auflösung nach n und Einsetzen der Werte für $z_{1-a/2}$ = 1,96, p* =0,6 und e = 0,015 die Fallzahl für ein 95% K.I. der gewünschten Präzision aus:

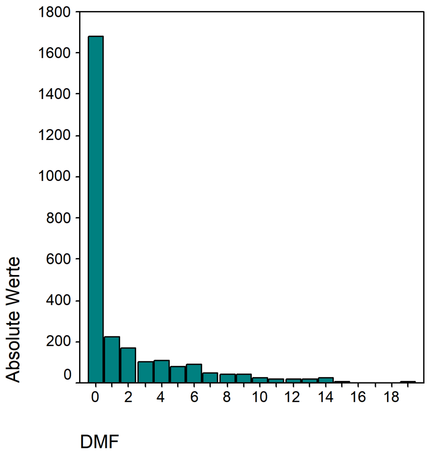
$$n = \frac{N}{1+\frac{N \cdot e^2}{1{,}96^2 \cdot p^* \cdot (1-p^*)}} = \frac{7978}{1+\frac{7978 \cdot 0{,}015^2}{3{,}8416 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4}}$$

Das Ergebnis: **n = 2707** (gerundet) ergibt genau die oben verwendete Fallzahl.

Hinweis: Die Fallzahlplanung ohne Endlichkeitskorrektur (EK) ergibt n = 4098 und somit eine deutlich größere Zahl Kinder.

Schätzung des mittleren dmft - Wertes (dmft-MW) in der Stichprobe kiga_57.sav

Es handelt sich dabei um die über alle Kinder gemittelte Zahl kariesbefallener Zähne (behandelt oder unbehandelt).



Notizen zur Verteilung des dmft bei Vorschulkindern:

Die nebenstehende Verteilung der Einzelwerte ist rechtsschief. 38% der Kinder haben Karieserfahrung, 62% sind kariesfrei. Der dmft-MW kennzeichnet nicht das Zentrum der Verteilung, ist aber als Zufallsvariable für Stichprobenumfänge n > 30 (besser 100) asymptotisch normalverteilt (**Zentraler Grenzwertsatz**).

Durch die Mittelwertbildung über alle Kinder gehen Informationen zur Karieslast der Kinder mit Karies verloren. Hierfür wäre es z.B. erforderlich, zusätzlich zum dmft-MW die mittlere Karieslast der befallenen Kinder (dmft°-MW) anzugeben. Hierzu z.B.
British Association for the Study of Community Dentistry Survey Report oder **Epidemiologische Begleituntersuchungen zur Gruppenprophylaxe, DAJ 2016** und
Schmoeckel J.: Caries Res (2019) 53, 527-531.

Statistiken

DMFT

N	Gültig	2707
	Fehlend	0
Mittelwert		1,814555
Standardfehler des Mittelwertes		,063509
Standardabweichung		3,304284
Varianz		10,918295
Summe		4912

dmft-MW (alle Kinder)

Statistiken

DMFT

N	Gültig	1030
	Fehlend	0
Mittelwert		4,768932
Standardfehler des Mittelwertes		,119096
Standardabweichung		3,822216
Varianz		14,609335
Summe		4912

dmft°- MW (nur Kinder mit dmft > 0)

Alle Kinder:

Mittelwert: dmft-MW = 1/2707 $\cdot\sum$ $dmft_i$ = 4912 / 2707 = 1,8146 (i = 1, ..., 2707) (linke SPSS - Statistik).

Ein **Konfidenzintervall** für die Mittelwerte erhält man aus: $\text{dmft}-\text{MW}\mp 1{,}96\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\left(1-\frac{n}{N}\right)}$ s = SD ,

mit EK: 1,8146 ± 1,96·3,3043·0,81283 / 52,02884 = 1,8146 ± 0,10118 **, K.I. = (1,71 ; 1,92)** und
ohne EK: erhält man das Ergebnis von SPSS: **K.I. = (1,69 ; 1,94)** .

Univariate Statistiken

			Statistik	Standardfehler
DMFT	Mittelwert		1,81455	,064
	95% Konfidenzintervall des Mittelwerts	Untergrenze	1,69002	
		Obergrenze	1,93909	

Nur Kinder mit dmft > 0

Hier beträgt der Mittelwert dmft°-MW = 4912 / 1030 = 4,77 (rechte SPSS - Statistik).
Kinder mit Karies (Anteil 38,05%) weisen eine mittlere Karieslast von dmft°-MW = 4,8 kariösen Zähnen auf.

Mit n° / N° = 1030/3000 = 0,34333 und √(1 - 0,34333) = 0,81035 sowie obigen Angaben aus SPSS erhält man in diesem Fall für die mittlere Karieslast ein K.I. mit EK aus der Handrechnung:
4,77 ± 1,96·3,822216·0,81035 / 32,0936 = 4,769 ± 0,189 , **K.I. = (4,58 ; 4,96)**

und ohne Berücksichtigung der EK: **K.I. = (4,54 ; 5,00)** .

Fallzahlberechnung für Mittelwertschätzung bei einfachen Zufallsstichproben (SRS)

Für die Fallzahlschätzung ist der traditionelle Ansatz nach Wald ausreichend.
Folgende Angaben werden benötigt:

- Welche Präzision (e = ± halbe Breite des K.I.) wird gewünscht?
- Wie groß wird die Standardabweichung s voraussichtlich sein?

Aus den Untersuchungen des letzten Jahres oder einer Pilotstudie kennt man die ungefähre Varianz der Messwerte. Z.B. sei s² = 10 und man möchte in der geplanten nächsten Untersuchung eine Genauigkeit des Schätzers von e = ± 0,1 erreichen. Die halbe Breite des K.I. (traditionell) ist gegeben durch:

$e = z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\left(1-\frac{n}{N}\right)}$ Durch Auflösung nach n und Einsetzen der Werte für $z_{1-a/2}$ = 1,96, s² = 10 und e = 0,1 erhält man die geschätzte Fallzahl für ein 95% K.I. der gewünschten Präzision aus:

$$n=\frac{N}{1+\frac{N\cdot e^2}{1{,}96^2\cdot s^2}}=\frac{7978}{1+\frac{7978\cdot 0{,}1^2}{3{,}8416\cdot 10}}$$

Das Ergebnis: **n = 2593** (gerundet) ergibt etwa die verwendete Fallzahl in unserer Stichprobe.

Hinweise:

1. Die Fallzahlplanung ohne Endlichkeitskorrektur (EK) ergibt n = 3842 und somit eine deutlich größere Zahl Kinder.

2. Für die konkrete Planung ist es empfehlenswert, mindestens 10% Fälle zusätzlich einzuplanen.

3. Der dmft-Mittelwert selbst ist für diese Fallzahlplanung nicht erforderlich.