Konfidenzintervalle (K.I.) für Gini-Koeffizienten
Kinder (6/7-Jährig) mit Karieserfahrung (dmft > 0)

Die nahezu perfekte funktionelle Anpassung der Lorenzfunktion L(x) mit dem Modell Gupta ermöglicht nicht nur die Schätzung des Gini-K. nach Tab. 2 des vorigen Beitrages. Auch lassen sich mit Hilfe der Substitutionsmethode [1] aus den Konfidenzgrenzen des Parameters a die Konfidenzgrenzen und damit auch der Standardfehler (SE) des Gini-K. ermitteln.

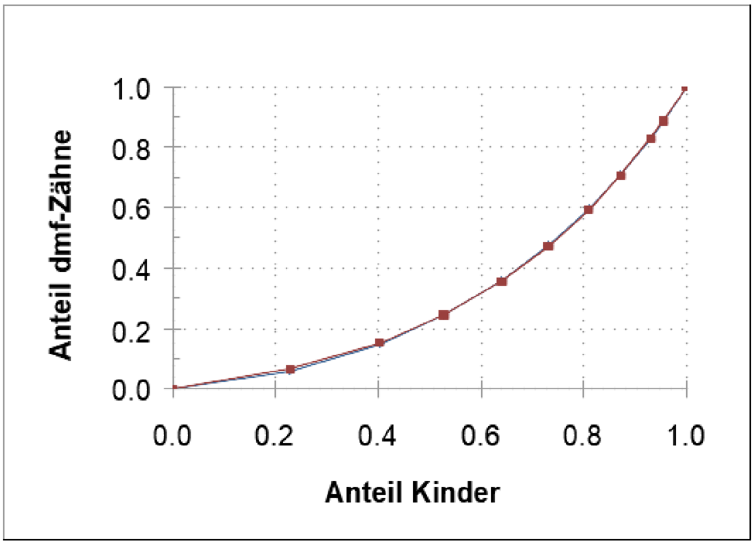
Als Beispiel wählen wir das Gupta-Modell für die DAJ-Daten 6/7-Jähriger 2016 [2] aller Bundesländer:

Tab. 1 Rechenschema für DAJ-Daten 6/7-Jähriger aller Bundesländer 2016

dmft	Kinder **h**	rh	**Lorenz x-Achse** krh=u_i	Zahl kari Zähne dmf*h	Anteil kari Zähne rhZ	**Lorenz y-Achse** krhZ=v_i	$h_i * (v_i + v_{i-1})$
			0.0000			0.0000	
1	16065	0.23	0.2277	16065	0.05827	0.0583	936.14
2	12295	0.17	0.4020	24590	0.08919	0.1475	2529.55
3	8812	0.12	0.5270	26436	0.09589	0.2434	3443.93
4	7950	0.11	0.6397	31800	0.11535	0.3587	4786.38
5	6415	0.09	0.7306	32075	0.11634	0.4750	5348.52
6	5541	0.08	0.8092	33246	0.12059	0.5956	5932.68
7	4407	0.06	0.8716	30849	0.11190	0.7075	5743.10
8	4096	0.06	0.9297	32768	0.11886	0.8264	6282.99
9	1729	0.02	0.9542	15561	0.05644	0.8828	2955.27
10	3230	0.05	1.0000	32300	0.11716	1.0000	6081.57
Summe	70540	1		275690	1		44040.135
						Gini =	**0.3756715**

Als Ergebnisse dieser Tabellen-Analyse erhält man die Koordinaten der Lorenzkurve und den Wert des Gini-Koeffizienten (Tab. 1). Nun kopiert man die Zahlen in der x- und y-Spalte (gelb) in den Dateneditor von STATA, bezeichnet dort diese Variablen mit x und y und startet das Programm mit dem Kommando: ***nl (y = x*{a=3}^(x-1))***
Dabei ist a = 3 der Anfangswert für das Iterationsverfahren der Kurvenanpassung. Man sollte kleine ganzzahlige Werten einsetzen.

	x	y
1	0	0
2	.2277	.0583
3	.402	.1475
4	.527	.2434
5	.6397	.3587
6	.7306	.475
7	.8092	.5956
8	.8716	.7075
9	.9297	.8264
10	.9542	.8828
11	1	1



Stata liefert folgendes Ergebnis für den Parameter a mit Konfidenzintervall:

```
. nl (y = x*{a=3}^(x-1))
(obs = 11)
      Source |       SS            df       MS
-------------+----------------------------------    Number of obs =         11
       Model |  3.7561522           1  3.75615219    R-squared     =     1.0000
    Residual |  .00010553          10  .000010553    Adj R-squared =     1.0000
-------------+----------------------------------    Root MSE      =   .0032485
       Total |  3.7562577          11  .341477974    Res. dev.     =  -95.88185
------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
          /a |   5.087842   .0574478    88.56   0.000     4.959841    5.215844
------------------------------------------------------------------------------
```

Mit a = 5,087842 wird eine perfekte Anpassung der Lorenzfunktion $L(x) = x \cdot a^{(x-1)}$ an die empirische Lorenzkurve errreicht ($R^2 = 1$). Eine Schätzung des Gini-Koeffizienten erhält man durch Einsetzen von a in die nachfolgend angegebene Formel G(a). Zur Unterscheidung soll dieser Koeffizient mit Gini-F bezeichnet werden. Ein Konfidenzintervall für den Gini-Koeffizienten Gini-F ergibt sich schließlich mittels Substitutionsmethode [1] aus den Konfidenzgrenzen für a durch Einsetzen in G(a).

Quelle	L(x)	Gini-F
Gupta	$L(x) = x \cdot a^{(x-1)}$	$G(a) = 1 - \frac{2}{\ln a}\left(1 - \frac{(a-1)}{a \cdot \ln a}\right)$

Notation: Gini-F: Gini-Koeffizienten aus $G = 1 - 2 \cdot \int_0^1 L(x)dx$

DAJ-Daten Modell	Jahr	R^2	Parameter a	95%-K.I. (a) unten	oben	Gini-F	95%-K.I.(G-F) unten	oben	Breite K.I.
Gupta	2016	1	5.0878	4.9598	5.2158	0.3778	0.3737	0.3817	0,008

Aus der Breite des Konfidenzintervalls für Gini-F kann man den Standardfehler schätzen. Die untere Konfidenzgrenze erhält man aus G - 1,96·SE und die obere aus G + 1,96·SE. Die Differenz, also die Breite des K.I., ergibt: 2·1,96·SE = 3,8416·SE und somit SE = Breite K.I. / 3,8416 = 0,008 / 3,8416 = 0,0021 (große Stichproben sind hier gegeben).

Da die Originaldaten der DAJ-Untersuchungen [2] hier nicht zur Verfügung stehen, erscheint die einparametrische Anpassung von Lorenzfunktionen ein geeigneter Weg zur **Schätzung der Standardfehler SE für die Gini-Koeffizienten**.

[1] Altman DG et al. Statistics with confidence. BMJ Books, 2. Ed. (2011)
[2] Epidemiologische Begleituntersuchungen zur Gruppenprophylaxe 1997 - 2016. DAJ. https://daj.de/gruppenprophylaxe/epidemiologische-studien