

Binomialverteilung für dichotome Merkmale

Jedes Element (z.B. Münze) einer Gesamtheit trage ein Merkmal mit genau zwei Ausprägungen (z.B. Kopf oder Zahl). Wirft man eine Münze, so ist das ein Zufallsexperiment (hier speziell ein Bernoulli-Experiment), bei dem entweder die Ausprägung "Kopf" oder "Zahl" erscheint. Die Wahrscheinlichkeit, eine der beiden Ereignisse zu sehen ist für alle Münzwürfe gleich, hier $p_0 = 0,5$ und die Ergebnisse der Würfe sind unabhängig voneinander. Wirft man n Münzen, so wird zufällig eine bestimmte Anzahl x mit "Kopf" erscheinen. x kann von 0 bis n variieren und jedes dieser möglichen zufälligen Ereignisse tritt mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit $f(x)$ auf, durch die die Binomialverteilung charakterisiert ist.

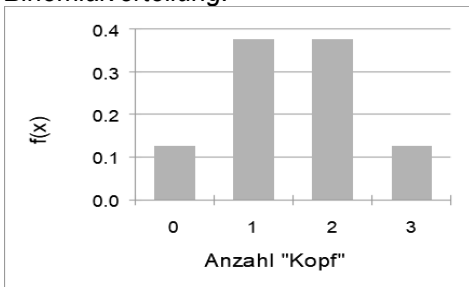
$$f(x) = \binom{n}{x} \cdot p_0^x \cdot (1 - p_0)^{n-x}$$

Die Gestalt der Binomialverteilung hängt ab von den beiden Parametern n und p_0 .

Beispiel 1:

Es werden 3 Münzen geworfen. Folgende Ereignisse können auftreten (Z=Zahl, K=Kopf):
ZZZ ZZK ZKZ KZZ ZKK KZK KKZ KKK

Binomialverteilung:



Der Erwartungswert der Binomialverteilung ist

$$E(x) = n \cdot p_0 = 3 \cdot 0,5 = 1,5$$

Die Varianz der Binomialverteilung ergibt sich zu:

$$V(x) = n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0) = 0,75$$

Beispiel 2:

Der Anteil 3-5 jähriger Kinder mit naturgesunden Zähnen in der Grundgesamtheit eines Bundeslandes betrage 62,4%.

a) Welche Anzahl dieser Kinder (Anzahl ng) erwartet man bei der Untersuchung eines Kindergartens mit 50 Kindern ?

$$E(x) = 50 \cdot 0,624 = 31,2 \text{ d.h., man erwartet 31 Kinder mit naturgesunden Zähnen.}$$

b) Wie sieht hier die Dichtefunktion aus ?

Binomialverteilung:

