Binomialtest

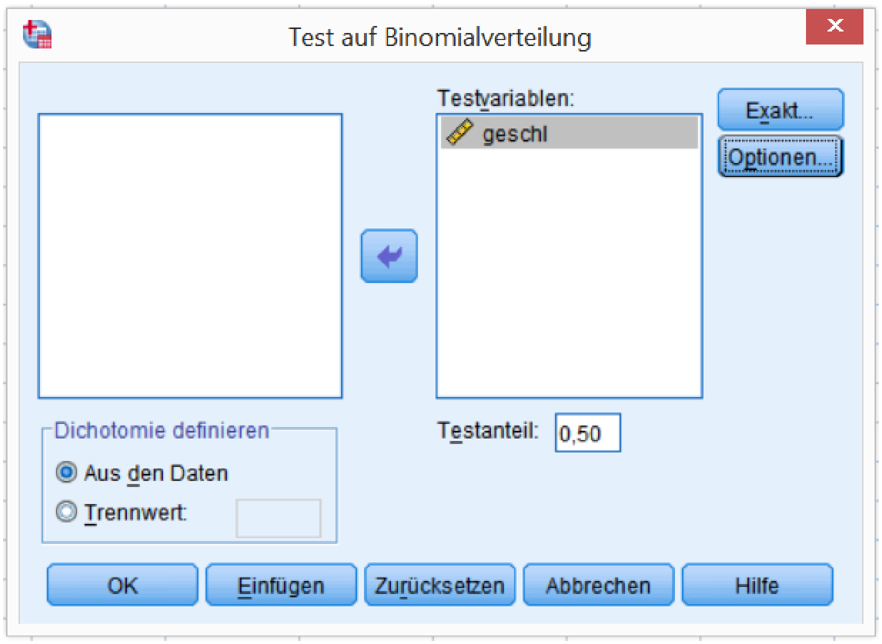
Voraussetzungen: 1 dichotome Variable (Zufallsvariable/Merkmal mit 2 Ausprägungen), oder dichotomisierte Variable. Beispiele: (ja,nein), (1,0) (m,w) (gut,schlecht) usw. Eine feste Wahrscheinlichkeit (WSK) p_0 , mit der die Ausprägungen z.B. in einer Population auftreten.

Es wird getestet, ob die relative Häufigkeit p einer der Merkmalsausprägungen in einer Stichprobe (z.B. Anteil weiblich) mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit p_0 in einer Population vereinbar ist., p also nur zufällig verschieden zu p_0 ist.

Beispiele:
- Wer kauft eher ein bestimmtes Produkt, Frauen oder Männer?
- Entspricht die Erkrankungsrate in einer Region der des Landes?

Demo1:
Von 73 Mitgliedern eines Sportvereins sind 44 weiblich (p = 44/73 = 0,6). Ist dieser Anteil mit der Hypothese vereinbar, dass gleich viele Frauen und Männer im Verein Mitglied sind (p_0 = 0,5)?

Laden Sie die Datei Demo1.sav in SPSS (oder PSPP).
Analysieren / Nichtparametrische Tests / Binomial



Die vorgegebene WSK ist p_0 = 0,5 (Testanteil) , $n \cdot p_0 \cdot (1- p_0)$ = 18,25 > 9 (siehe unten)

Ergebnis: Ja, gleich viele Frauen und Männer sind im Verein Mitglied, der p-Wert ist nicht signifikant (p = 0,101).

```
NPAR TEST
     /BINOMIAL(0.5) = geschl.
```

Test auf Binomialverteilung

		Kategorie	N	Beobachtete Wahrsch.	Testwahrsch.	Exakte Sig. (2-seitig)
geschl	Gruppe 1	w	44	,602740	,500000	,101
	Gruppe 2	m	29	,397260		
	Gesamt		73	1,000000		

PSPP

Demo2:
Der Anteil 3-5 jähriger Kinder mit naturgesunden Zähnen (dmft =0) beträgt in einem Bundesland 60%. Nach zahnärztlicher Untersuchung eines Kindergartens dort mit 150 Kindern dieser Altersgruppe möchte die Leiterin gern wissen, ob der festgestellte Anteil zahngesunder Kinder bei ihr von 70% deutlich über diesem Durchschnitt liegt.

Starten Sie das Programm STATA und geben das Kommando ein:

```
bitesti 150 105 0.6

        N   Observed k   Expected k   Assumed p   Observed p
------------------------------------------------------------
      150          105           90     0.60000      0.70000

  Pr(k >= 105)            = 0.007106  (one-sided test)
```

Die vorgegebene WSK ist p_0 = 0,6 (Testanteil) , $n \cdot p_0 \cdot (1- p_0) = 36 > 9$

Ergebnis: Ja, der Anteil von 70% liegt deutlich über dem Durchschnitt,
der p-Wert ist signifikant (p = 0,0071).

Alternativ laden Sie die Datei Demo2.sav in SPSS (oder PSPP). Das Ergebnis ist gleich.

```
NPAR TEST
    /BINOMIAL(0.6) = ng.
```

Test auf Binomialverteilung

		Kategorie	N	Beobachtete Wahrsch.	Testwahrsch.	Exakte Sig. (1-seitig)
ng	Gruppe 1	1	105	,70	,60	,007
	Gruppe 2	0	45	,30		
	Gesamt		150	1,00		

Anmerkung zum Binomialtest:

Beim Binomialtest vergleicht man den Anteilswert einer Stichprobe p mit einem erwarteten Anteil p_0 (z.B. den einer Grundgesamtheit). Die Nullhypothese lautet $H_0 : p = p_0$ (kein Unterschied zwischen den Anteilen). Die Frage ist, ob die beobachtete Differenz $p - p_0$ der Anteile klein genug ist, um zufällig einen zahlenmäßig anderen Wert aufzuweisen, obwohl tatsächlich kein Unterschied besteht. Ist die Differenz aber "größer", dann wird die Wahrscheinlichkeit einer nur zufälligen Abweichung kleiner (H_0 wird verworfen) und es ist von einer echten Differenz der Anteile auszugehen (Alternativhypothese $H_1 : p \neq p_0$). Eine Entscheidung darüber liefert eine Prüfgröße (Teststatistik).

Im Folgenden soll ein **Schema eines statistischen Tests** am Beispiel des 1-Stichproben - Binomialtests gezeigt werden

1. Formulierung der Fragestellung (worum geht es):

Ist ein Würfel ideal, wenn bei 90 Würfen nur 7x die „4“ erscheint ?

In der Population der Augenzahlen beträgt der Anteil für die Augenzahl "4" : $p_0 = 1/6$, d.h., bei 90 Würfen sollte 15 mal die "4" erscheinen.

2. Festlegen von H_0 und H_1 sowie des Signifikanzniveaus α (z.B. 5%)

$H_0 : p = p_0 = 1/6$ und $H_1 : p < 1/6$; $\alpha = 0{,}05$ (einseitig)

3. Festlegung der Prüfgröße und Bestimmung der Prüfverteilung unter H_0

Augenzahlen sind unabhängig identisch binomialverteilt B(n, p) und für $np_0(1-p_0) > 9$ ist die Annahme einer Standardnormalverteilung für die Prüfgröße Z gerechtfertigt.

Prüfgröße $Z = \dfrac{p - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1 - p_0)}{n}}}$ $np_0(1-p_0) = 90 \cdot 1/6 \cdot 5/6 = 12{,}5 > 9$

4. Bestimmung des kritischen Wertes und des kritischen Bereichs

kritischer Wert : $Z_c = Z_{1-\alpha} = -1{,}645$ (einseitig) kritischer Bereich: $\{ Z \mid Z < -1{,}645\}$

Der kritischer Wert ist abhängig von α und ob 1- oder 2-seitig getestet wird

5. Berechnung der Prüfgröße und Vergleich mit kritischem Wert unter H_0

$Z = (0{,}07778 - 0{,}16667) / 0{,}0393 = -2{,}263 < -1{,}645$

alternativ: Vergleich p-Wert mit Signifikanzniveau (p-Wert = 0,012 < 0,05)

```
. bitesti 90 7 0.1666666
        N   Observed k   Expected k   Assumed p   Observed p
------------------------------------------------------------
       90          7          15       0.16667      0.07778

  Pr(k <= 7)            = 0.011570  (one-sided test)
```

6. Formulierung des Testergebnisses, Interpretation

H_0 wird abgelehnt. Die WSK für das 7 malige oder noch geringere Erscheinen der Augenzahl "4" bei 90 Würfen ist mit 1,2% zu gering, um zufällig aufzutreten. Der Würfel ist nicht ideal.